



TITLE:

# “排除可能な公共財”経済における 戦略的操作不能メカニズム

AUTHOR(S):

国本, 隆

---

CITATION:

国本, 隆. “排除可能な公共財”経済における戦略的操作不能メカニズム.  
経済論叢 2000, 165(4): 85-101

ISSUE DATE:

2000-04

URL:

<https://doi.org/10.14989/45347>

RIGHT:

# 經濟論叢

第165巻 第4号

- 
- 香港国際金融センターの虚実……………佐藤 進 1
- トヨタの新車販売における物流システム……………杉田 宗 聴 27
- イギリス公務部門の人事管理変化と  
ホワイトカラー組合の機能（2）……………松尾 孝 一 48
- 1980年代のアメリカ国際航空輸送政策と  
メジャーの台頭……………松本 俊 哉 68
- “排除可能な公共財”経済における  
戦略的操作不能メカニズム……………国本 隆 85

学 会 記 事

---

平成12年4月

京都大學經濟學會

## “排除可能な公共財” 経済における 戦略的操作不能メカニズム

国 本 隆

### I は じ め に

本論文では、1つの私的財と1つの排除可能な公共財とが存在する経済における、メカニズムの特徴付けを考察する。公共財の中には費用をかけることなく、主体の排除が可能なものがある。それがここで言う排除可能な公共財である。（例えば、ある町で、ケーブル・テレビを設置するケースを考えることができる。）一方、純粋公共財は、非排除性及び非競合性を持つものとして定義される。しかし、現実存在する公共財は、ある程度の排除性あるいは競合性を持つことがほとんどである。

従来の研究は対象を純粋公共財経済に集中しており、私的財と純粋公共財との中間の性質をもつ公共財をあまり取り上げてこなかった。本論文では、公共財の非排除性という性質を取り除くことにより、従来の研究で得られていた結果との相違を明確にする。さらに取り扱うのは、公共財が供給されるか、されないかの二者択一が問題となるケース（すなわち、公共財の生産可能レベルが  $Y=\{0, 1\}$  であるケース）である。このケースを扱う一般性は、次の意味で保証される。純粋公共財経済においては、各主体の財バンドルが、私的財を除いて共通である。他方、排除可能な公共財経済において、各主体の財バンドルは、私的財を除いても相違が生じうる。この相違は、公共財の生産可能レベルを  $Y=\{0, 1\}$  としても、十分表現可能である。

排除可能な公共財経済では、主体は公共財を享受する場合と享受しない場合

とに分かれる。ここで、公共財を享受する主体の集合をクラブと呼ぶ。この経済において問題となるのは次の2つである。①クラブが形成されたとき、どのように各主体がコストを分担するか？ ②どのようなクラブが形成されるか？ この問題①、②に答えるメカニズムを提示することが本論文の目的である。しかし、メカニズムにどのような性質を要請するかによって、その解答は異なりうる。本論文は、Strategy-Proofness (SP), Individual Rationality (IR), No-Exploitation (NE), Non-Bossiness (NB) を満たすメカニズムの特徴付けを目的とする<sup>1)</sup>。

本論文では、先の問題①、②に対して次の解答を得た。①あるクラブが形成されたとき、コストは予め決まっている費用分担ルールに従って、各主体に分担される。②予め決まっている費用分担ルールの下で、形成されうる中で最大の提携がクラブとなる。以下では①を“費用分担メカニズム”，②を“Largest Unanimous Rule (LUNR)”と呼ぶ<sup>2)</sup>。本論文の一つの結果として、LUNR は、SP 及びその他の公理とを満たすメカニズムの中で、最も効率的であることが示される。したがって、本論文は“効率性に関する公理”を課すことなく、メカニズムが（上の意味で）効率的であることを導くことに成功した。

本論文は以下のように構成されている。第Ⅱ節では、モデル及び公理について説明した後、本論文において重要な役割を果たす概念である、費用分担メカニズムならびに、LUNR を定義する。第Ⅲ節では、主要結果について触れる。第Ⅳ節では、関連研究との比較を行う。

## Ⅱ モデル及び基本的概念

### 1 モデル

主体の集合を  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  とする。 $N$  の任意の部分集合をクラブと呼び、 $S \subseteq N$  と表記する。（したがって、 $S$  は空集合も含み、その場合、クラブ

1) これら4つの公理は、第Ⅱ節で定義される。

2) これらも第Ⅱ節で、厳密に定義される。

は形成されないと解釈する。) 経済において、クラブは1つしか存在できず、各主体  $i \in N$  はクラブに属する ( $i \in S$ ) か、クラブに属さない ( $i \in N \setminus S$ ) かの何れかの場合に完全に分けられる。クラブとは別に  $N$  の部分集合として提携  $N'$  を定義する。そして、 $N \setminus N'$  を  $-N'$ 、 $N \setminus \{i\}$  を  $-i$  と表記する。

経済には1つの私的財と1つの排除可能な公共財 (以下、誤解のない範囲において公共財と呼称) が存在する。公共財には初期保有量がなく、各主体から集められる私的財を生産要素として生産される。公共財の生産可能レベルは、 $Y = \{0, 1\}$  であり、供給される ( $y = 1$ )、あるいは供給されない ( $y = 0$ ) のいずれしかないものとする。主体  $i \in N$  のコスト・シェアを  $x_i$ 、公共財の量を  $y_i$  で表わす。公共財の生産技術は費用関数で表現される。ただし、公共財1単位を生産するコストは、クラブに依存しない<sup>3)</sup>。

経済の実現可能集合を

$$Z = \left\{ z = (x_1, \dots, x_n; y_1, \dots, y_n) \in \mathbb{R}^n \times \{0, 1\}^n \mid S \right. \\ \left. = \{i \in N \mid y_i = 1\}, \sum_{i \in N} x_i \geq C(S) \right\}$$

とし、各主体の私的財の初期保有量  $e$  を簡単化のため、 $e = (0, \dots, 0) \in Z$  とする。

主体  $i \in N$  の消費空間  $(-\infty, +\infty) \times \{0, 1\}$  上の選好は効用関数によって表わされ、効用関数のクラス全体を  $U_i$  と記する。ただし集合  $U_i$  は、コスト・シェアに関する連続性、強い意味の単調性 (公共財に関する正の単調性、コスト・シェアに関する負の単調性) を満たし、次の性質を満たすもの全体とする。すなわち、すべての主体にとって、公共財に対する限界効用が無限大となるケースを排除し、その結果、公共財による便益をある一定量の私的財により、補償できるものとする<sup>4)</sup>。

3) すなわち、費用関数  $C: 2^N \rightarrow \mathbb{R}_+$  は次を満たす。  $\forall S \in 2^N, S \neq \emptyset \Rightarrow C(S) = 1$  かつ  $S = \emptyset \Rightarrow C(\emptyset) = 0$ 。

4) 厳密には、次のようになる。任意の  $x_i \in \mathbb{R}$  について、 $\bar{x}_i \in \mathbb{R}$  と  $\underline{x}_i \in \mathbb{R}$  とが存在して、それらは次の条件を満たす;  $u_i(\bar{x}_i, 1) = u_i(x_i, 0)$  かつ  $u_i(\underline{x}_i, 0) = u_i(x_i, 1)$ 。

主体がクラブに属し、ある正のコスト・シェアを支払っているとしよう。その場合の効用レベルが現状点——メカニズムに参加しない状態——と比べて等しいとき、彼が現在支払っているコスト・シェアは、“現状点と比較して主体が支払いうる最大のコスト・シェア”——willingness to pay——である。もし、主体に割り当てられたコスト・シェアが、willingness to pay を下回っているならば、必ずメカニズムへの参加が、不参加より好ましいかあるいは無差別となる。以下で、willingness to pay を定義する。

**定義 1 (Ohseto [7])** 任意の  $u_i \in U_i$  について、各主体  $i \in N$  の willingness to pay,  $\lambda(u_i)$  を定義し、それは次を満たす； $u_i(\lambda(u_i), 1) = u_i(0, 0)$ 。

各主体の効用関数の集合の直積を  $U = U_1 \times \dots \times U_n$  とし、 $U$  を選好領域と呼ぶ。選好プロファイルは  $U$  の要素であり、選好領域から実現可能集合への写像を社会選択関数  $f: U \rightarrow Z$  と定義する。さらに、選好プロファイルが  $u \in U$  のとき、実現する配分を  $f(u) = (f_x^1(u), \dots, f_x^n(u); f_y^1(u), \dots, f_y^n(u)) = (x_1(u), \dots, x_n(u); y_1(u), \dots, y_n(u))$  と表記する。ここで、上付きのインデックスは、主体の名前を表わし、下付きのインデックスは、 $x$  ならば、コスト・シェア、 $y$  ならば、公共財を表わす。例えば  $f_x^i(u)$  は、選好プロファイルが  $u$  のとき、主体  $i$  に割り当てられるコスト・シェアを表わす<sup>5)</sup>。

この経済では、主体をクラブに属している者と、属していない者とに分けることができる。例えば、選好プロファイルが  $u \in U$  であるとき、社会選択関数が配分  $f(u)$  を各主体に提案する。そのとき、形成されるクラブを  $I(f(u))$  と表記する<sup>6)</sup>。

5) 表記の簡単化のため、以下の3つを定義する。

$f_x(u) = (x_1(u), \dots, x_n(u))$ : 各主体に割り当てられたコスト・シェア

$f_y(u) = (y_1(u), \dots, y_n(u))$ : 各主体の公共財の量

$f^i(u) = (x_i(u), y_i(u))$ : 主体  $i \in N$  の財バンドル

6) 任意の選好プロファイル  $u \in U$  について、 $I(f(u))$  を  $\{i \in N \mid f_y^i(u) = 1\}$  として定義する。 $I(f(u))$  はクラブに属する主体の集合、他方、 $N \setminus I(f(u))$  はクラブに属していない主体の集合を表わすものとする。

## 2 社会選択関数の性質

主体の選好は、通常、彼自身のみが知る私的情報である。したがって、自己の利得最大化を図る主体は、偽の選好を申告することによって、配分を操作するインセンティブを持つ。偽の申告をすることによって、配分を操作する行動を戦略的操作と呼ぶ。主体が戦略的操作を考えると、他の主体がどのような選好を持つかという主観的予想が重要な役割を果たす。なぜなら、戦略的操作はその主観的予想に基づいてなされるからである。この場合、最も強い解概念は支配戦略均衡である。支配戦略均衡とは、他の主体がどのような選好を持ていようとも、自身の真の選好表明が支配戦略となっているというものである。もし、すべての主体が、自身の真の選好を表明することが支配戦略均衡となるならば、その社会選択関数を戦略的操作不能 (Strategy-Proof) であるという。

定義 2 (individual) Strategy-Proofness (SP):

$$\forall u \in U, \forall i \in N, \forall \hat{u}_i \in U_i, u_i(f^i(u)) \geq u_i(f^i(\hat{u}_i, u_{-i})).$$

通常、戦略的操作不能性は、1人の主体による戦略的操作のみを考慮する。しかし、何人かの主体が集まって、戦略的操作を行うことも十分考えられる。このような提携による戦略的操作をも考慮に入れた、より広範囲の戦略的操作を考え、それらに対しても頑健さを示す戦略的操作不能性を考える。

定義 3 Weak Group Strategy-Proofness (WGSP):

$$\forall u \in U, \forall N' \subset N, \forall \hat{u}_{N'} \in U_{N'} \text{ について, 主体 } i \in N' \text{ が存在して, } u_i(f^i(u)) \geq u_i(f^i(\hat{u}_{N'}, u_{-N'})) \text{ が成り立つ.}$$

定義 4 Group Strategy-Proofness (GSP):

$$\begin{aligned} & \forall u \in U, \forall N' \subset N, \forall \hat{u}_{N'} \in U_{N'} \text{ について, 主体 } i \in N' \text{ が存在して} \\ & u_i(f^i(\hat{u}_{N'}, u_{-N'})) < u_i(f^i(u)) \text{ が成り立つ.} \\ & \Rightarrow \text{主体 } j \in N \setminus \{i\} \text{ が存在して, } u_j(f^j(\hat{u}_{N'}, u_{-N'})) < u_j(f^j(u)) \text{ が成り立つ.} \end{aligned}$$

定義から明らかに、GSP は WGSP より強い要請であり、それゆえに問題点も含む。それは、自身の効用ではなく、他の主体の効用を引き上げるために、偽の選好を申告しなければならない点である。そして、申告の真偽にかかわらず、本人が得る効用は不変のままである。このように考えると、果たして GSP が想定する提携そのものが形成可能かという疑問が生じる。この意味では、社会選択関数が GSP を満たすという要請は、必要以上に強いものと言わざるをえない。

逆に、“社会選択関数に GSP を要請することがもっともらしい状況はどのようなものか？”という側面を考える。その一つは、提携によって効用が厳密に増加した主体が、提携に参加したメンバー（特に効用が不変である主体）に、いくらかの金銭的補償を実施することによって、すべての主体の効用を厳密に増加させることができると想定することである。ただし、この考え方にも、“果たして、金銭的補償が本当に実施されるか？”という疑問が生じる。この点は、提携形成がそもそも困難であることを示唆する。さらに、提携形成が可能であるとしても、提携内での金銭的補償の調整は、その提携が大きくなればなるほど、困難だと予想される。提携内の調整の困難さという考え方に配慮して、2人の主体による提携のみを考慮したものが Pairwise Strategy-Proofness (PWSP)<sup>7)</sup>である。

**定義 5 (Serizawa [12])** Pairwise Strategy-Proofness (PWSP):

$$\forall u \in U, \forall N' = \{i, j\} \subset N, \forall \bar{u}_{N'} \in U_{N'} \text{ について,} \\ u_i(f^i(\bar{u}_{N'}, u_{-N'})) > u_i(f^i(u)) \Rightarrow u_j(f^j(\bar{u}_{N'}, u_{-N'})) < u_j(f^j(u)).$$

上記4つは、すべてインセンティブに関する公理であった。次に、分配の観点からの公理を取り上げる。Individual Rationality (IR) では、各主体が受け取る財バンドルが、常に現状点より悪くならないことが要請される。これに対して、Autarkic Individual Rationality (AIR) では、各主体が受け取る財バン

7) Group Strategy-Proofness での提携をペア (2人) のみに許容したものである。



ドルが、初期保有量と公共財の生産技術とを用いて、自身の効用最大化を達成する財バンドルよりも常に悪くならないことが要請される。

もし、各主体が公共財の生産技術を保持していないか、あるいは保持していたとしても、その技術が非常に非効率的なものであるとき、IR と AIR とは同じものになる。したがって、公共財の生産技術がどのような性質をもつかを特定化しない限り、IR と AIR とを区別して考慮する意味はない。例えば、国防のための生産技術を各主体が保有しているとは考えにくい。

**定義 6 Individual Rationality (IR):**

$$\forall u \in U, \forall i \in N, \quad u_i(f^i(u)) \geq u_i(0, 0).$$

**定義 7 (Saijo [9]) Autarkic Individual Rationality (AIR):**

$$\forall u \in U, \forall i \in N, \quad u_i(f^i(u)) \geq \max\{u_i(C(\{i\}), 1), u_i(0, 0)\}.$$

極端なケースとして、公共財のコストを上回る私的財が集められる状況を考える。いま、公共財が自由可処分性を満たさないとすると、初期保有量よりも多くの私的財を受け取る主体が少なくとも一人存在することになる。このとき、公共財のコストを拠出したグループは“exploited”であるという。このようなグループが存在するケースを排除する公理が No-Exploitation (NE) である。

**定義 8 No-Exploitation (NE):**

$$\forall z = f(u) \in Z, \forall i \in N, \quad f_i^i(u) \geq 0.$$

メカニズムに SP を要請すると、必然的に配分効率性の達成を放棄せざるをえない<sup>8)</sup>。ここでは、メカニズムが財政を均衡させるという弱い意味での効率性である Budget-Balance (B-B) を満たすものを考察する<sup>9)</sup>。

**定義 9 Budget-Balance (B-B):**

8) 例えば、Hurwicz and Walker [2] を参照。

9) B-B は、パレート効率性の必要条件である。

$$\forall u \in U, \forall S \subset N, \quad \sum_{i \in S} f_i^i(u) = C(S).$$

最後に、2つの公理、Citizen Sovereignty (CS) と Non-Bossiness (NB) を導入する。例えば、主体  $i$  が  $\lambda(u_i) \geq C(\{i\}) \geq 1$  となる選好  $u_i$  を申告する場合を考える。このとき、他の主体の選好にかかわらず、主体  $i$  がクラブに属するならば、社会選択関数は CS を満足する。すなわち、一人で公共財のコストを支払ったとしても、クラブに属することが好ましいかあるいは無差別となる主体に対して、必ずクラブへの帰属を保証する公理が CS であるといえる。

**定義10** Citizen Sovereignty (CS):

$\forall i \in N$  について、2つの選好  $u_i, \bar{u}_i \in U_i$  が存在して、次の性質を満たす;  $\forall u_{-i} \in U_{-i}$  について、 $f_i^i(u_i, u_{-i}) = 0$  かつ  $f_i^i(\bar{u}_i, u_{-i}) = 1$  が成り立つ。

主体が選好を表明する直接メカニズムは、交換される情報量が非常に大きい。現実には何らかの間接メカニズムが必要となる。このとき、主体が交換する情報が自身の財バンドルのみであるようなメカニズムを考えることは、比較的自明である。例えば、競争メカニズムは、そのようなメカニズムの一つである<sup>10)</sup>。

逆に、自身の財バンドルは変化させないままで、他の主体に影響を及ぼそうとする主体を bossy であるといい、そのような主体の存在を許さない公理が Non-Bossiness (NB) といえる。

**定義11** (Satterthwaite and Sonnenschein [10]) Non-Bossiness (NB):

$$\forall u \in U, \forall i \in N, \forall \bar{u}_i \in U_i, \quad f^{-i}(u) \neq f^{-i}(\bar{u}_i, u_{-i}) \Rightarrow f^i(u) \neq f^i(\bar{u}_i, u_{-i})$$

### 3 費用分担メカニズム (Cost Sharing Scheme)

社会選択関数の一つのクラスとして、費用分担メカニズムを考える。各主体に割り当てられるコスト・シェアがクラブのみに依存し、任意のクラブが形成されたときのコスト・シェアが予め決まっているとき、その社会選択関数を費

10) 競争メカニズムは NB を満たす。

用分担メカニズムと呼ぶ。

定義12 社会選択関数  $f: U \rightarrow Z$  が費用分担メカニズムであるとき、以下を満たす;  $f$  が NE 及び B-B を満たし、費用分担関数  $\pi: 2^N \rightarrow X^*$  が存在して、任意の  $u \in U$ 、そして任意の  $i \in N$  について、 $f_i^i(u) = \pi_i(I(f(u)))$  が成り立つ。ただし、

$$X^* = \left\{ (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}_+^n \mid S = \{i \in N \mid y_i = 1\}, \sum_{i \in N} x_i = C(S) \right\}$$

とする。また、費用分担メカニズムのクラス全体を  $\Pi$  とする。

以後、本論文では、費用分担メカニズムのクラスを Population Monotonicity (PM) を満たすクラスに限定する。形成されるクラブの大きさとコスト・シェアとが負の相関を持つとき、費用分担メカニズムは Population Monotonic (PM) であるという。

定義13 費用分担メカニズム  $\pi$  が以下の条件を満たすとき、Population Monotonic (PM) であるという;

$$\forall S, T \in 2^N, \forall i \in S, S \subset T \Rightarrow \pi_i(T) \leq \pi_i(S).$$

PM を満たすような費用分担メカニズム  $\pi$  のクラス全体を  $\Pi^{PM}$  とする。

さらに、費用分担メカニズムの特殊クラスを考える。クラブに属する主体は必ず正のコスト・シェアを支払い、クラブに属していない主体はコスト・シェアを支払わなくてよいという性質を満たすとき、費用分担メカニズムは User Liable (UL) であるという。

定義14 (Ohseto [7]) 費用分担メカニズム  $\pi$  が、以下の関係を満たすとき、User Liable (UL) であるという;

$$\forall S \in 2^N \setminus \{\emptyset\}, \pi_i(S) > 0 \quad \forall i \in S \text{ かつ } \pi_i(S) = 0 \quad \forall i \notin S.$$

UL を満たすような費用分担メカニズム  $\pi$  のクラス全体を  $\Pi^{UL}$  とする。

#### 4 Largest Unanimous Rule

社会選択関数が費用分担メカニズムならば、コスト・シェアは、形成されるクラブのみに依存する。しかし、どのようなクラブが形成されるかについて、費用分担メカニズムからは何も明示されない。費用分担メカニズムは、あくまでも、クラブを所与とした下での、コスト・シェアを指示しているだけである。ここでは、ある費用分担メカニズムの下での、クラブを決定するルールを特定化する。準備として、次を定義しておく。

**定義15 (Ohseto [7])** 費用分担メカニズム  $\pi \in \Pi$  を固定する。任意の選好プロファイル  $u \in U$  と任意のクラブ  $S \in 2^N$  について、 $A(u, \pi(S), \geq) = \{i \in S \mid \lambda(u_i) \geq \pi_i(S)\}$  を定義する。そして、 $A(u, \pi(S), \geq)$  を費用分担メカニズム  $\pi$  の下での Weakly Accepting Agents と呼ぶ。また、 $A(u, \pi(S), >) = \{i \in S \mid \lambda(u_i) > \pi_i(S)\}$  を定義し、それを費用分担メカニズム  $\pi$  の下での Accepting Agents と呼ぶ。

$\Pi^{PM} \cap \Pi^{UL}$  に属する費用分担メカニズムの下で形成できる最大のクラブを考える。その最大のクラブを Largest Unanimous Coalition (LUNC) と呼ぶ。

**定義16 (Ohseto [7])** 提携  $C \in 2^N$  が選好プロファイル  $u \in U$  費用分担メカニズム  $\pi \in \Pi^{PM} \cap \Pi^{UL}$  の下で、Largest Unanimous Coalition (LUNC) であるとき、以下の関係を満たす；  
 $A(u, \pi(C), \geq) = C$  が成り立ち、 $C \subsetneq \bar{C}$  となる任意の  $\bar{C} \in 2^N \setminus \{\emptyset\}$  について、 $A(u, \pi(\bar{C}), \geq) \neq \bar{C}$  が成り立つ。

上で、LUNC を定義したが、問題点が2つある。一つは、“LUNC は常に存在するのか？”，もう一つは、“LUNC は一意に存在するのか？” という点である。ここで、LUNC は空集合も含めていることから、Ohseto [7] の結果により、LUNC が常に存在し、一意性も示される。

$\Pi^{PM} \cap \Pi^{UL}$  に属する費用分担メカニズムの下で、Largest Unanimous Coali-

tion (LUNC) が必ずクラブになるとき、社会選択関数は Largest Unanimous Rule (LUNR) であるという。加えて、Weakly Largest Unanimous Rule (WLUNR) を定義する。LUNR と異なる点は、次の場合である。S が LUNC であるとする。さらに、S に属する主体の中で、少なくとも一人、現状点と同じ効用レベルを得ている主体（主体 A と呼称）が存在する状況を考える。そのとき、形成されるクラブは LUNC では必ずしもなく、主体 A が、クラブに属するか否かが不透明なルールが WLUNR である。すなわち、WLUNR の下では、主体 A は、クラブに属しても、属さなくても構わない。

定義17 (Ohseto [7]) 社会選択関数  $f$  は、以下の(i), (ii)を満たすとき、Largest Unanimous Rule (LUNR) である。

- (i)  $f$  が  $\Pi^{PM} \cap \Pi^{UL}$  に属する費用分担メカニズムである、
- (ii) 任意の選好プロファイル  $u \in U$  について、もし  $S$  が費用分担メカニズム  $\pi$  の下での Largest Unanimous Coalition (LUNC) であるならば、 $I(f(u)) = S$  となる。

定義18 (Ohseto [7]) 社会選択関数  $f$  は、以下の(i), (ii), (iii)を満たすとき、Weakly Largest Unanimous Rule (WLUNR) である。

- (i)  $f$  が  $\Pi^{PM} \cap \Pi^{UL}$  に属する費用分担メカニズムである、
- (ii) 任意の選好プロファイル  $u \in U$  について、もし  $S$  が費用分担メカニズム  $\pi$  の下での Largest Unanimous Coalition (LUNC) であり、さらに  $A(u, \pi(S), >) = S$  が成り立つならば、 $I(f(u)) = S$  となる、
- (iii) 任意の選好プロファイル  $u \in U$  について、もし  $S$  が選好プロファイル  $u$ 、費用分担メカニズム  $\pi$  の下での Largest Unanimous Coalition (LUNC) であり、さらに  $A(u, \pi(S), >) \neq S$  が成り立つならば、 $I(f(u)) \subset S$  となる。

### III 主要結果

ここでは、本研究で得られた結果を紹介し、さらに、その結果について言及する。ただし、それらの証明は国本〔3〕を参照されたい。また、関連研究との比較は、次のセクションで行う。

**定理 1** 社会選択関数が SP, IR, NE, NB, B-B を満たすならば、それは費用分担メカニズムである。

**定理 2** 任意の費用分担メカニズム  $\pi \in \Pi^{PM}$  について、もし社会選択関数  $f$  が SP, IR, NE, NB, B-B, CS を満足するならば、そのとき  $f$  は Weakly Largest Unanimous Rule (WLUNR) である。

**定理 3** 社会選択関数  $f$  が Largest Unanimous Rule (LUNR) であるならば、 $f$  は SP, IR, NE, NB, B-B, CS を満足する。

**定理 4** 任意の費用分担メカニズム  $\pi \in \Pi^{PM}$  について、以下の2つの条件は同値である。

- (i) 社会選択関数  $f$  が PWSP, IR, NE, NB, B-B, CS を満たす。
- (ii) 社会選択関数  $f$  が Largest Unanimous Rule (LUNR) である。

**定理 5** 社会選択関数  $f$  が Largest Unanimous Rule (LUNR) であるならば、それは GSP をも満たす。

**定理 6** 社会選択関数  $f$  が Largest Unanimous Rule (LUNR) であるならば、それは AIR をも満たす。

定理1の特別なケースがある。主体の集合が  $N = \{1, 2\}$  であるときは、定理1の結果が強められることが Ohseto〔7〕によって示されている<sup>11)</sup>。主体

11)  $N = \{1, 2\}$  のときは、費用分担メカニズムを導くのに IR, NB が必要ない。ただし、このケースでは、任意の社会選択関数は常に NB を満たす。

の数が3人以上になると、社会選択関数が費用分担メカニズムであるためには、NBが重要な役割を果たす<sup>12)</sup>。

定理1より、社会選択関数がSP, IR, NE, NB, B-Bを満たすならば、それは費用分担メカニズムであることが示された。さらに、費用分担メカニズムのクラスを $\Pi^{PM}$ に制限すると、社会選択関数がWLUNRとなることが、定理2により示された。しかしながら、LUNRにまで限定することはできない。反対に、定理3は、LUNRがSP, IR, NE, NB, B-Bを満たすことを示している。これは、LUNRがSP, IR, NE, NBだけでは完全に特徴付けられないことを意味する。

定理4では、SPをPWSPに強めることによって、完全な特徴付けに成功している。よって、LUNRを完全に特徴付けるためには、“提携による戦略的操作”を考慮しなければならない。しかしながら、“ありうる提携すべてによる戦略的操作”を考慮する——これがGSPである——のではなく、“ペアのみによる戦略的操作”を考慮する——これがPWSPである——だけによって、LUNRの完全な特徴付けが成功するという点は、本論文で得られた新しい結果である。すなわち、社会選択関数にSPとPWSPとの、どちらを要請するかは、結果に非常に影響を与えるが、PWSPとGSPとの、どちらを要請するかは、結果に全く影響を与えない。

ここで、2つのルール、LUNRとWLUNRとに相違が生じる場合を考える。その場合、クラブに属しているが、効用レベルが現状点と同じになっている主体が存在する。(これを主体Aと呼称) 効率性の観点からは、主体Aがクラブに属することによって、パレート改善が可能である。LUNRは、主体Aを必ずクラブに帰属させることによって、費用分担メカニズムという制約の下で、効率性を達成する。しかしながら、WLUNRは、主体Aがクラブに属する場合も、属さない場合も許容するルールである。

12) 社会選択関数がSP, IR, NE, B-Bは満たすが、NBを満たさず、かつ費用分担メカニズムとはならない例を構成できる。例えば、Ohseto〔7〕を参照。

定理5は、LUNRが最も強い戦略的操作不能性であるGSPをも満たすことを示した。定理6は、LUNRがIRを強めた概念であるAIRをも満たすことも示した。

#### IV 関連研究との比較

本論文と非常に近い関係にある研究はOhseto〔7〕である。したがって、Ohseto〔7〕との比較を中心に議論を展開するが、Moulin and Shenker〔6〕との比較も同時に行う。

Ohseto〔7〕は、定理1に非常に近い結果を示した。異なる点は、NBの代わりに、メカニズムにDemand Monotonicity (DM) という公理を課していることである<sup>13)</sup>。従って、問題はSP及びその他の公理の下でのNBとDMの強さである。国本〔3〕は、“社会選択関数がSP, IR, NE, DMを満たすならば、それはNBをも満たす”ことを示した。ただし、NBがDMよりも厳密に弱い公理であるかは、未解決問題である<sup>14)</sup>。

定理2の問題点は費用分担メカニズムのクラスを $\Pi^{PM}$ に制限している点である。逆に、Ohseto〔7〕では、その必要はない。したがって、両者の相違は、DMという公理がどれほど説得的かという点に絞られる。本論文では、DMよりもPMの方がより理解しやすいという立場を採用した。さらに、現在課している公理から、PMを導くか、より説得的な公理に置きかえる（あるいは付け加える）かすることにより、PMを導くことが必要である。

Ohseto〔7〕では、LUNRの完全な特徴付けは行っていない。他方、定理4は、それに成功している。この相違は、本論文がSPをPWSPに強めたことによる。Ohseto〔7〕はSPによる特徴付けにこだわったのであるが、こ

13) DMは一つの効率性に関する公理である。公共財に対する需要と形成されるクラブの大きさとに正の相関があるとき、社会選択関数はDMを満たすという。正確な定義は、Ohseto〔7〕あるいは国本〔3〕を参照されたい。

14) したがって、SP, IR, NE, NB, B-Bを満たすがDMを満たさない費用分担メカニズムの例を構成できるならば、本論文とOhseto〔7〕とは全く独立の結果であることになる。



れは、LUNR と WLUNR との相違はほとんどないという立場をも表明している。本論文の立場は、次の通りである。LUNR は Moulin and Shenker [5] で提唱された Serial Cost Sharing Scheme (SCSS) の特殊クラスであり、SCSS は GSP を満たすことが示されている。したがって、LUNR (SCSS) は提携による戦略的操作を考慮して初めて、特徴付けられる<sup>15)</sup>。

Moulin and Shenker [6] では、定理 4 の結果に近いものを導いている。異なる点は 2 点ある。Moulin and Shenker [6] では、PWSP ではなく、GSP を採用している。他方、メカニズムに NB を課していない。その結果、完全な特徴付けには成功していない<sup>16)</sup>。

## V 結 論

本論文で得られた結果の問題点ならびに、これからの拡張の可能性について言及することによって、結論としたい。

定理 1 において、IR が不可欠であることを示す例をつくる必要がある。すなわち、社会選択関数が SP, NE, NB, B-B を満たすが、IR を満たさないとき、それが費用分担メカニズムとならないケースを構成することである。あるいは、定理 1 に、IR が必要ないならば、その証明を行う。

定理 4 における問題は、費用分担メカニズムのクラスを  $\Pi^M$  に制限している点である。この問題を解決するには、以下で示す主張を証明するか、その主張が成り立たない例をつくる必要がある。

**主張 1** 社会選択関数が PWSP, IR, NE, NB, B-B を満たすとき、それは  $\Pi^M$  に属する費用分担メカニズムである。

15) 国本 [3] では、社会選択関数が SP, IR, NE, NB を満たすならば、それは WGSP をも満たすことを示した。よって、通常の SP, 提携に対する SP, 及び NB らの間には密接な関係があることがわかる。

16) すなわち、Moulin and Shenker [6] では、LUNR と同じ配分を実現する社会選択関数が存在することを述べているだけであり、GSP, IR, NE, B-B, CS を満たすのは LUNR だけであるとまでは述べていない。

最後に、モデルの拡張について述べる。本研究では、公共財の生産可能レベルが、供給されるか、されないかの二者択一のケースを扱った。しかし、Moulin [4] が扱ったモデルにおいては、公共財の生産可能レベルは連続量である。したがって、生産可能レベルが  $Y = \{0, 1\}$  である特殊クラスではなく、SCSS そのものの完全な特徴付けは、残された未解決問題である。

#### 参考文献

- [1] Barbera, S. and M. Jackson, "Strategy-Proof Exchange," *Econometrica*, 63, 1995, pp. 51-87.
- [2] Hurwicz, L. and M. Walker, "On the Generic Nonoptimality of Dominant Strategy Allocation Mechanisms: A General Theorem that Includes Pure Exchange Economies," *Econometrica*, 58, 1990, pp. 683-704.
- [3] 国本 隆 「費用分担メカニズムの公理化——戦略的操作不能性による接近——」京都市立大学大学院経済学研究科修士論文, 1999年。
- [4] Moulin, H., "Serial Cost Sharing of Excludable Public Goods," *Review of Economic Studies*, 61, 1994, pp. 305-325.
- [5] Moulin, H., and S. Shenker, "Serial Cost Sharing," *Econometrica*, 60, 1992, pp. 1009-1037.
- [6] Moulin, H., and S. Shenker, "Strategy-Proof Sharing of Submodular Access Costs: Budget-Balance versus Efficiency," *mimeo*, 1996.
- [7] Ohseto, S., "Characterizations of Strategy-Proof Mechanisms for Excludable versus Non-Excludable Public Projects," forthcoming in *Games and Economic Behavior*, 1999.
- [8] Ohseto, S., "Strategy-Proof Mechanism in Public Good Economies," *Mathematical Social Sciences*, 33, 1997, pp. 157-183.
- [9] Saijo, T., "Incentive Compatibility and Individual Rationality in Public Goods Economies," *Journal of Economic Theory*, 55, 1991, pp. 203-212.
- [10] Satterthwaite, M. and H. Sonnenschein, "Strategy-Proof Allocation Mechanisms at Differentiable Points," *Review of Economic Studies*, 48, 1981, pp. 587-598.
- [11] Schummer, J., "Manipulation through Bribes," forthcoming in *Journal of Economic Theory*, *mimeo*, 2000.
- [12] Serizawa, S., "Pairwise Strategy-Proofness," *mimeo*, 1998.

- [13] Serizawa, S., “Strategy-Proof and Individually Rational Social Choice Functions for Public Good Economies,” *Economic Theory*, 7, 1996, pp. 501-512.
- [14] Serizawa, S., “Strategy-Proof and Symmetric Social Choice Functions for Public Good Economies,” *Econometrica*, 67, 1999, pp. 121-145.